

# Први колоквијум из Еуклидске геометрије

28. 11. 2010.

1. У четвороуглу  $ABCD$  тачке  $M$  и  $N$  су средишта страница  $BC$  и  $CD$  редом, а  $O$  је пресечна тачка дијагонала. Доказати да је  $ABCD$  паралелограм ако и само ако је  $O$  тежиште троугла  $AMN$ . (5 поена)
2. Нека су  $P_a$ ,  $Q_a$ ,  $R_a$  додирне тачке споља уписаног круга који одговара темену  $A$  троугла  $ABC$  са страницама  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$ , редом. Означимо пресечне тачке (уколико постоје) правих  $Q_aR_a$ ,  $R_aP_a$ ,  $P_aQ_a$  и правих  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$  са  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , редом.
  - а) Доказати да важи  $\mathcal{H}(B, C; P_a, X)$ . (2.5 поена)
  - б) Доказати да су тачке  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  колинеарне. (2.5 поена)
3. У равни  $\mathbb{E}^2$  конструисати троугао  $ABC$  коме су разлика страница  $AC$  и  $AB$ , полупречник споља уписаног круга који одговара темену  $A$  и тежишна дуж из темена  $A$  подударни редом датим дужима  $d$ ,  $\rho_a$  и  $t_a$ . (5 поена)

## Задаци са домаћег

4. Означимо са  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $S$ , редом, средишта лукова  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DA$  круга описаног око тетивног четвороугла  $ABCD$ , који не садрже преостале тачке. Доказати да је  $PR \perp QS$ . (2.5 поена)
5. Дат је правоугаоник  $ABCD$  и тачке  $P$ ,  $Q$ ,  $S$  и  $T$  такве да важи  $\mathcal{H}(A, C; P, Q)$  и  $\mathcal{H}(B, D; S, T)$ . Доказати да је четвороугао  $PQST$  тетиван. (2.5 поена)